

*El modelo de crecimiento de Pasinetti y el comportamiento racional\**


---

El presente trabajo se divide en tres partes. En la primera, expondremos el modelo de crecimiento con clases sociales de Pasinetti (1962). La segunda parte está dedicada al exámen del comportamiento individual que dicho modelo supone, y se prueba que no es compatible con el comportamiento racional. En la última parte se consideran diversas formas de reconciliar el modelo con el comportamiento racional y se muestra que, en cualquier caso, no es posible obtener el Teorema fundamental de Pasinetti.

## 1.— EL MODELO DE PASINETTI

Este modelo fue presentado por el propio autor como una corrección a un error lógico cometido por Kaldor (1955). Kaldor, en su famoso artículo, introdujo el supuesto de que el ahorro agregado depende de la distribución funcional de la renta, es decir, del peso relativo de beneficios y salarios.

$$S = s_w W + s_p P$$

donde  $W$  y  $P$  son salarios y beneficios, y  $s_w$  y  $s_p$  son las propensiones al ahorro respecto a ambos tipos de ingresos. Contra este supuesto argumentó Pasinetti que si los trabajadores, que perciben los salarios, ahorran han de poseer parte del stock de capital, y en consecuencia han de percibir parte de los beneficios. De este modo, el parámetro  $s_w$  no debe referirse a los ingresos laborales tan sólo, sino a todos los ingresos percibidos por la clase trabajadora. En consecuencia, Pasinetti propuso la siguiente hipótesis sobre el ahorro agregado,

$$S = s_w (W + P_w) + s_c P_c \quad [1]$$

\*El autor agradece la ayuda económica del Servicio de Estudios de Barcelona del Banco Urquijo para la realización de esta investigación.

donde  $P_w$  y  $P_c$  son los beneficios percibidos por la clase trabajadora y la clase capitalista, y  $s_w$  y  $s_c$  son las propensiones al ahorro de cada clase social.

Llegados a este punto, quisiera resaltar el significativo cambio de perspectiva introducido por Pasinetti. La función de ahorro propuesta por Kaldor no pretendía fundamentarse en el comportamiento individual. Para Pasinetti, en cambio, hay dos tipos de comportamiento individual: el de los que pertenecen a la clase trabajadora y el de los que pertenecen a la clase capitalista. Esta perspectiva de comportamiento individual nos permitirá preguntarnos, tal como haremos más adelante, si el comportamiento individual supuesto por Pasinetti es consistente o no con la racionalidad económica.

Así pues, en el modelo de Pasinetti se supone que la economía está dividida en dos clases sociales: capitalistas y trabajadores. Los capitalistas no trabajan y ahorran una fracción constante  $s_c$  de sus rentas (de la propiedad). Por lo que se refiere a los trabajadores, reciben un salario  $w$  por su trabajo y ahorran una proporción constante  $s_w$  de su renta (salarial y de la propiedad). Se supone además que la propensión al ahorro de la clase capitalista es superior a la de la clase trabajadora,  $s_c > s_w$ . Se trata de un modelo de un solo bien, con los supuestos habituales en este tipo de modelos. En particular, se supone que la tasa de ganancia,  $r$ , es la misma para ambas clases sociales, que la población crece a una tasa exponencial constante  $n$ , y que la inversión es inducida, esto es, que en cada momento, y para cualesquiera precios, la totalidad del ahorro se invierte.

Denominemos  $K_c$  y  $K_w$  al stock de capital en manos de cada clase social. Por lo tanto,

$$K = K_c + K_w$$

La dinámica del proceso de acumulación de capital en esta economía viene descrita por las ecuaciones,

$$S_c = \dot{K}_c = s_c P_c \quad [2]$$

$$S_w = \dot{K}_w = s_w (W + P_w) \quad [3]$$

y, por lo tanto,

$$S = \dot{K} = \dot{K}_c + \dot{K}_w = s_c P_c + s_w (W + P_w) \quad [4]$$

Puesto que,

$$Y = W + P_w + P_c = W + \dot{P}$$

podemos reescribir (4) como,

$$\dot{K} = s_w Y + (s_c - s_w) P_c \quad [5]$$

Así pues, la tasa de acumulación de capital será

$$\frac{\dot{K}}{K} = s_w \frac{Y}{P} \frac{P}{K} + (s_c - s_w) \frac{K_c}{K} \frac{P_c}{K_c} \quad [6]$$

Puesto que la tasa de ganancia es única para toda la economía,

$$\frac{P}{K} = \frac{P_c}{K_c}$$

y, por lo tanto,

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{P}{K} s_w \frac{Y}{P} + (s_c - s_w) \frac{K_c}{K} \quad [7]$$

Por último, utilizando [ 2 ], podemos escribir,

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{K}_c}{K_c} \frac{s_w}{s_c} \frac{Y}{P} + (s_c - s_w) \frac{1}{s_c} \frac{K_c}{K} \quad [8]$$

Para la clase capitalista, tendremos

$$\frac{\dot{K}_c}{K_c} = s_c \frac{P_c}{K_c} = s_c \frac{P}{K} \quad [9]$$

Un equilibrio instantáneo será un equilibrio estacionario si el volumen de inversión asociado es tal que la tasa de crecimiento del stock de capital es la misma que la tasa de crecimiento de la mano de obra,  $n$ . En este caso, el output crecerá también a la misma tasa  $n$ . Por lo tanto, cuando una economía se encuentra en un equilibrio estacionario, las relaciones económicamente significativas —la relación capital/trabajo y la capital/output, principalmente— se mantienen constantes a lo largo del tiempo. En consecuencia, en un equilibrio estacionario los precios se mantendrán a su vez constantes a lo largo del tiempo.

Así pues, para que exista equilibrio estacionario es necesario que

$$\frac{\dot{K}}{K} = n \quad [10]$$

Examinemos la ecuación [ 7 ]. Si se cumple [ 10 ],  $\frac{P}{K}$  e  $\frac{Y}{P}$  se mantendrán constantes. Sin embargo,  $\frac{K_c}{K}$  — esto es, la participación de los capitalistas en el stock agregado de capital variará, a no ser que, además, se cumpla que  $\frac{\dot{K}_c}{K_c} = \frac{\dot{K}}{K} = n$ ,

o bien que  $\frac{\dot{K}_c}{K} = 0$ . Por lo tanto, para la existencia de un equilibrio estacionario será preciso que se cumpla,

$$\frac{\dot{K}_c}{K_c} = n \quad [11a]$$

$$\frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{K}_c}{K_c} \quad [11b]$$

Utilizando [9], la condición [11a] implica que

$$\frac{P}{K} = \frac{n}{s_c} \quad [12]$$

es decir, la tasa de ganancia del equilibrio estacionario viene determinada por el comportamiento de la clase capitalista respecto al ahorro. Este es el conocido Teorema de Pasinetti.

La condición [11b] implica que

$$\frac{s_w}{s_c} \frac{Y}{P} + \frac{s_c - s_w}{s_c} \frac{K_c}{K} = 1$$

Ahora bien, este equilibrio estacionario puede ser inalcanzable si

$$\frac{s_w}{s_c} \frac{Y}{P} > 1$$

es decir, si

$$\frac{P}{Y} < \frac{s_w}{s_c} \quad [13]$$

Puesto que  $s_c > s_w$ , si se cumple [13],

$$\frac{s_w}{s_c} \frac{Y}{P} + \frac{s_c - s_w}{s_c} \frac{K_c}{K} > 1$$

y, por lo tanto, de acuerdo con [8],

$$\frac{K}{K_c} > \frac{K_c}{K_c}$$

Así pues, si se cumple [13] la participación de la clase capitalista es el stock

capital social,  $\frac{K_c}{K}$ , tenderá asintóticamente a hacerse nula. En este caso, es decir, cuando se cumple [ 13 ], existirá un equilibrio estacionario asintótico caracterizado por

$$\frac{Y}{K} = \frac{n}{s_w} \quad [ 14 ]$$

Este es el Teorema dual, o anti-Pasinetti, expuesto por Samuelson y Modigliani (1966) y Sato (1966), en el que el comportamiento de los trabajadores es el que caracteriza el equilibrio estacionario.

## 2.— LOS SUPUESTOS DEL MODELO Y EL COMPORTAMIENTO RACIONAL

Hemos mencionado al comienzo del apartado anterior que la hipótesis de ahorro introducida por Pasinetti se fundamenta de forma explícita en el comportamiento individual. En concreto, se supone que no existen más que dos comportamientos tipo, el capitalista y el obrero, que los individuos siguen según sea la clase social a la que pertenecen.

Una de las objeciones que se han hecho al modelo de Pasinetti, y en la que han coincidido tanto Samuelson y Modigliani (1966) como Sato (1966), es el supuesto implícito en Pasinetti de que los individuos no cambian de clase social bajo ninguna circunstancia. En efecto, Samuelson y Modigliani manifiestan al respecto: “Nos sentimos mucho más incómodos con el supuesto de clases sociales ‘permanentes’... sobre el que nuestros teoremas —al igual que los de Pasinetti— dependen críticamente. (...) No hay razón para suponer que una persona que pertenece a una determinada clase en un momento de su vida debe haber pertenecido siempre a ella y seguirá haciéndolo indefinidamente” (p. 297).

Con el fin de examinar esta cuestión, supondremos que los individuos pueden escoger libremente la clase social a la que desean pertenecer. Si un individuo desea seguir las pautas de comportamiento propias de la clase obrera, trabajará y será poco frugal en la utilización de sus ingresos, es decir, su propensión al ahorro será baja. En cambio, si desea pertenecer a la clase capitalista, vivirá exclusivamente de sus rentas y su propensión al ahorro será más alta que la de los trabajadores. La razón por la que un individuo pueda preferir ser capitalista —manteniéndose por ahora dentro del contexto del modelo de Pasinetti— es que la frugalidad le permitirá una rápida acumulación de capital y, así, tras un cierto período, podrá alcanzar un alto nivel de consumo, que podrá financiar con sus rentas de capital. Sin embargo, si su capital inicial es muy reducido, la pauta capitalista de comportamiento podría conllevar un período demasiado largo de frugalidad. En este caso, el individuo optaría por la clase trabajadora. Así pues, el criterio más razonable de elección es

que un individuo escogerá ser capitalista o trabajador, según que el valor actual del consumo esperado, para un horizonte de planeación de  $T$  años, sea mayor bajo un régimen de comportamiento u otro.

Supongamos que en el momento actual el stock de capital de un individuo es  $k(o)$ . Utilizaremos los subíndices 1 y 2 para distinguir los valores que toman las diversas variables (renta, consumo etc.) bajo comportamiento capitalista y obrero, respectivamente. La renta en el momento actual bajo una y otra alternativa será

$$y_1(o) = r k(o)$$

$$y_2(o) = w + r k(o)$$

Con el fin de simplificar la exposición, supondremos que las expectativas sobre los precios futuros de los factores son estacionarias, es decir, que los individuos creen que los precios actuales van a mantenerse constantes en el futuro<sup>1</sup>.

El consumo esperado para el año  $t$  bajo cada una de las dos alternativas será

$$\begin{aligned} c_1(t) &= (1-s_c) y_1(t) = (1-s_c) r k_1(t) \\ c_2(t) &= (1-s_w) y_2(t) = (1-s_w) (w + r k_2(t)) \end{aligned} \quad [15]$$

El incremento de capital esperado para el año  $t$  será

$$\begin{aligned} \dot{k}_1(t) &= s_c r k_1(t) \\ \dot{k}_2(t) &= s_w (w + r k_2(t)) \end{aligned}$$

La solución de estas ecuaciones diferenciales, en términos del stock inicial de capital, es

$$\begin{aligned} k_1(t) &= k(o) e^{s_c r t} \\ k_2(t) &= k(o) e^{s_w r t} + s_w w \frac{e^{s_w r t} - 1}{s_w r} \end{aligned} \quad [16]$$

Utilizando [15] y [16] podemos calcular el valor actualizado del consumo esperado para un horizonte  $T$ ,

$$\begin{aligned} V_1(T) &= (1-s_c) r k(o) B((1-s_c) r, T) \\ V_2(T) &= (1-s_w) (w + r k(o)) B((1-s_w) r, T) \end{aligned} \quad [17]$$

(1) De hecho es suficiente con suponer que, cualesquiera que sean las expectativas que tenga un individuo, no las altere al considerar cada una de las alternativas.

donde

$$B(z, T) = \int_0^T e^{-zt} dt$$

Introduzcamos ahora la siguiente proposición.

**Proposición 1.** Supongamos que los individuos pueden escoger libremente la clase social a la que desean pertenecer. Así mismo, supongamos que los individuos tienen expectativas estacionarias sobre los precios de los factores,  $r$  y  $w$ . Entonces, para cualquier volumen de capital inicial  $k(0)$ , horizonte de planeación  $T$ ,  $0 < T \leq \infty$ , y precios de los factores, el valor actualizado del consumo esperado es siempre superior cuando el individuo se adscribe a las pautas de comportamiento de la clase trabajadora. Esto es,  $V_2(T) > V_1(T)$ ,  $0 < T \leq \infty$ .

Prueba.—

$$V_2(T) - V_1(T) = (1-s_w) w B((1-s_w), r, T) + \\ + rk(0) \left[ (1-s_w) B((1-s_w), r, T) - (1-s_c) B((1-s_c), r, T) \right]$$

Es fácil comprobar que

$$B((1-s_w), r, T) > 0$$

Por lo tanto, para probar esta proposición es suficiente con mostrar que la expresión entre corchetes en el segundo término a la derecha es estrictamente positiva.

$$(1-s_w) B((1-s_w), r, T) - (1-s_c) B((1-s_c), r, T) = \\ = \frac{1}{r} \left[ e^{-(1-s_c)rT} - e^{-(1-s_w)rT} \right]$$

Sabemos que  $1-s_w > 1-s_c$ , y por lo tanto,

$$e^{-(1-s_c)rT} > e^{-(1-s_w)rT}$$

Para cualesquiera valores de  $r$  y  $T$ . En consecuencia, para todo  $k(0)$ ,  $r$ ,  $w$  y  $T$ ,

$$V_2(T) > V_1(T), \quad 0 < T \leq \infty$$

tal como se quería demostrar.

La consecuencia de este resultado es que en todos los casos posibles, los individuos racionales siempre escogerán pertenecer a la clase trabajadora. Así pues,

cuando los individuos toman decisiones racionales la clase capitalista no puede existir.

Es posible argumentar que este resultado depende de la restrictiva hipótesis de que las propensiones al ahorro en el seno de cada clase social son constantes. Sin embargo, en la siguiente proposición demostramos que nuestro resultado no depende de esta hipótesis.

**Proposición 2.** Supongamos que los individuos pueden adscribirse libremente a cualquier pauta de comportamiento y que tienen expectativas estacionarias. Entonces, y para todo volumen inicial de capital  $k(0)$ , precios de los factores y horizonte de planeación, cualesquiera que sea la pauta de ahorro seguida por los capitalistas, un individuo siempre puede obtener más consumo y acumular más capital si se une a la clase trabajadora.

Prueba.—

Para todo individuo que escoge la clase capitalista, y para cada instante  $t$ , tenemos la identidad presupuestaria,

$$r k_1(t) = c_1(t) + \dot{k}_1(t)$$

Multiplicando por  $\exp[-rt]$  e integrando sobre el segmento  $[0, T]$ , obtenemos

$$\int_0^T \dot{k}_1(t) e^{-rt} dt - \int_0^T r k_1(t) e^{-rt} dt + \int_0^T c_1(t) e^{-rt} dt = 0$$

Resolviendo la primera integral,

$$k_1(T) e^{-rT} - k(0) + \int_0^T c_1(t) e^{-rt} dt = 0 \quad [18]$$

Para la alternativa obrera, tenemos la identidad

$$w + r k_2(t) = c_2(t) + \dot{k}_2(t)$$

Si siguiendo los mismos pasos, obtenemos

$$k_2(T) e^{-rT} - k(0) + \int_0^T c_2(t) e^{-rt} dt = \int_0^T w e^{-rt} dt \quad [19]$$

Restando [18] de [19],

$$[k_2(T) - k_1(T)] e^{-rT} + \int_0^T [c_2(t) - c_1(t)] e^{-rt} dt = \int_0^T w e^{-rt} dt \quad [20]$$



Puesto que el término de la derecha es estrictamente positivo, para cualquier plan de consumo y acumulación capitalista, caracterizado por el stock final  $k_1(T)$  y la función  $c_1(t)$ , existe un plan bajo la alternativa obrera tal que

$$k_2(T) > k_1(T) \text{ y } c_2(t) > c_1(t) \quad , \quad 0 < t \leq T$$

Tal como se pretendía demostrar.

La consecuencia de este resultado es, de nuevo, que ningún individuo racional querrá ser capitalista. Por lo tanto, los supuestos del modelo de Pasinetti —incluso relajando la hipótesis de propensiones constantes al ahorro— se contradicen con el comportamiento racional.

### 3.— FORMULACIONES ALTERNATIVAS DEL MODELO

La explicación intuitiva de los resultados obtenidos es simple, y queda de manifiesto en la expresión [ 20 ]. No es racional escoger la pauta capitalista de comportamiento porque los capitalistas desechan una fuente de ingresos —los salarios— a cambio de nada. Evidentemente, es posible argumentar que, de hecho, y aunque no aparezca de forma explícita, los capitalistas obtienen ciertas ventajas relativas que hacen racional su elección, a pesar de renunciar al salario. Seguidamente pasaremos a examinar distintas formas de incorporar estas ventajas relativas en el modelo. No vamos a formular modelos alternativos completos, sino que nos centraremos en mostrar que, cuando estas ventajas relativas son introducidas explícitamente, no es posible obtener el Teorema de Pasinetti.

La primera posibilidad a considerar es que los capitalistas, al dejar de trabajar, pierden el salario pero obtienen ocio. Ello nos lleva al plausible supuesto de que las preferencias de los individuos no incluyen el consumo tan sólo, sino también el ocio. En este caso, los individuos ofrecerán distintas cantidades de trabajo, según su volumen de activos, y según sean los precios de los factores. Para evitar que se pierda la diferenciación nítida entre clases, podemos suponer que, a causa de restricciones institucionales, la decisión individual se reduce a la de trabajar un número dado de horas (o años) o no trabajar.

Bajo estos supuestos, existirá, en general, una línea divisoria entre las dos clases sociales, la cual vendrá dada por un nivel de capital  $k'$ , que será función de  $w$  y  $r$ . Por lo que se refiere al ahorro, si queremos hablar de “la” propensión al ahorro de la clase capitalista, necesitamos que ésta no varíe con el nivel de renta de los distintos individuos miembros de esta clase (es decir, que sea independiente de la distribución personal de la riqueza en el seno de la clase capitalista. Para ello, necesitamos suponer que las preferencias son representables por una función homogéneas, de manera que las elasticidades de demanda sean igual a la unidad.

Sin embargo, aún con estos supuestos, no es posible alcanzar un resultado similar al Teorema de Pasinetti; es decir, por lo general, la tasa de ganancia del equilibrio estacionario no queda determinada por las preferencias de la clase capitalista tan sólo.

La tasa salarial puede ser interpretada como el coste de oportunidad del ocio y, por lo tanto, cabe esperar que la demanda de ocio (oferta de trabajo) decrezca (crezca) cuando aumenta la tasa salarial. Así mismo, y por idéntica razón, el tipo de interés puede ser considerado como el coste de oportunidad del consumo<sup>2</sup>. La tasa de acumulación de capital para la clase capitalista será ahora,

$$\frac{\dot{K}_c}{K_c} = s_c(w, r)r$$

Existirá equilibrio estacionario a la Pasinetti cuando

$$\frac{\dot{K}_c}{K_c} = n \quad [21]$$

es decir, cuando

$$r = \frac{n}{s_c(w, r)} \quad [22]$$

La condición [22] no determina la tasa de ganancia, sino que expresa los pares de valores de  $w$  y  $r$  que son compatibles con que se cumpla [21]. Para poder obtener un resultado equivalente al Teorema de Pasinetti sería preciso que  $s_c$  dependiera tan solo de  $r$ , en cuyo caso la condición [22] determinaría efectivamente la tasa de ganancia del equilibrio estacionario. Sin embargo, suponer que  $s_c$  no depende de  $w$ , significa sostener que la elasticidad cruzada de demanda es igual a cero. Pero ello, en este contexto, es inadmisibile. Así pues, cuando suponemos que el ocio es la contrapartida que reciben los capitalistas al renunciar al salario, no es posible obtener un resultado similar al de Pasinetti: la tasa de ganancia del equilibrio estacionario depende de las preferencias de ambas clases sociales.

La caracterización de la clase capitalista como clase ociosa no parece muy significativa. Uno piensa que existen otras ventajas diferenciales más relevantes que el ocio. Sin ánimo de presentar una relación exhaustiva, podemos destacar como ventajas relativas importantes: una mejor información acerca de las oportunidades de inversión; fácil acceso a los mercados financieros; influencia política, etc. Pero si introducimos estos elementos en el modelo, con el fin de que la existencia de la clase capitalista sea compatible con el comportamiento racional, la hipótesis de una tasa

(2) Britto (1972) estableció una fundamentación microeconómica —del tipo ciclo vital— de la hipótesis de ahorro del modelo de Pasinetti. Encontró que la propensión al ahorro de la clase capitalista depende del tipo de interés. Sin embargo, no debilita, tal como él parece sugerir, el Teorema de Pasinetti.

de ganancia única para toda la economía se hace insostenible. Todas estas ventajas se materializan en una tasa de ganancia más alta para la clase capitalista. En este caso, nos encontraríamos de nuevo con que no es posible obtener el Teorema de Pasinetti, a menos que hagamos el injustificable supuesto de que la tasa de ganancia de la clase capitalista es una proporción constante de la tasa de ganancia percibida por la clase trabajadora<sup>3</sup>.

Resumiendo, hemos mostrado que las hipótesis del modelo de Pasinetti no son consistentes con el comportamiento racional. El elemento esencial de inconsistencia es que se supone que los capitalistas desechan el salario a cambio de nada. Con el fin de remediar esta inconsistencia se examinan dos posibles reformulaciones del modelo. En primer lugar, se muestra que, cuando la tasa salarial es considerada como el coste de oportunidad del ocio, la propensión al ahorro para ambas clases sociales dependerá tanto de la tasa de ganancia como de la de salario. En segundo lugar, se analizan ventajas diferenciales respecto a la información, acceso a los mercados financieros, etc., y se subraya que, en cualquier caso, estas ventajas diferenciales se plasman en una tasa de ganancia más alta para la clase capitalista. Por lo tanto, la conclusión que se alcanza es que, en general, no es posible obtener el Teorema de Pasinetti (o equivalente) cuando el modelo original es readaptado para hacerlo compatible con el comportamiento racional.

*Facultad de Económicas*  
*Universidad Autónoma de Barcelona*

## BIBLIOGRAFIA

- 1.—BRITTO, R. (1972), On Differential Savings Propensities in Two-Class Growth Model, *Review of Economic Studies*, vol. 39, pp. 491-494.
- 2.—KALDOR, N. (1955), Alternative Theories of Distribution, *Review of Economic Studies*, vol. 23, pp. 94-100.
- 3.—MOORE, B. J. (1974), The Pasinetti Paradox Revisited, *Review of Economic Studies*, vol. 41, pp. 297-299.
- 4.—PASINETTI, L. L. (1962), Rate of Profit and Income Distribution in Relation to the Rate of Economic Growth, *Review of Economic Studies*, vol. 29, pp. 267-279.
- 5.—SAMUELSON, P. A. y F. MODIGLIANI (1966), The Pasinetti Paradox in Neo-classical and More General Models, *Review of Economic Studies*, vol. 33, pp. 269-301.
- 6.—SATO, K. (1966), The Neoclassical Theorem and Distribution of Income and Wealth, *Review of Economic Studies*, vol. 33, pp. 331-335.

(3) Esta hipótesis fue introducida por Moore (1974) sin justificación alguna.